

SOLIDIFICATION DE SPHERES LIQUIDES SURCHAUFFEES A CARACTERISTIQUES PHYSIQUES VARIABLES

S. HEURTAULT, J. M. BADIE, A. ROUANET

Laboratoire des Ultra-Réfractaires

et

G. ARNAUD

Laboratoire d'Energétique Solaire,
C.N.R.S., B.P. no. 5, Odeillo 66120, Font-Romeu, France

(Reçu le 10 Novembre 1981 et sous forme révisée le 15 Mars 1982)

Résumé—Nous développons un modèle qui rend compte de l'évolution thermique d'un liquide et du solide formé au cours de la solidification. Ce modèle prend en compte les variations des propriétés physiques et thermodynamiques du liquide surchauffé (isotherme ou non à l'instant initial) et du solide en fonction de la température. A l'état liquide la géométrie du système est celle d'une sphère pleine. On passe à une sphère creuse lors de la transition liquide-solide (augmentation de la masse volumique). La résolution s'effectue grâce à un schéma implicite aux différences finies et à un maillage à pas d'espace variable avec deux frontières mobiles se déplaçant en sens inverse.

NOMENCLATURE

C_p ,	capacité calorifique;
d ,	diamètre de la sphère;
g ,	accélération de la pesanteur;
Gr ,	nombre de Grashof;
h ,	coefficient de transfert;
K ,	conductivité thermique;
L ,	chaleur latente;
M ,	masse;
N ,	nombre de points du maillage;
Nu ,	nombre de Nusselt;
Nu ,	nombre de Nusselt moyen;
Pr ,	nombre de Prandtl;
r ,	position d'un point du maillage;
Δr ,	pas d'espace;
R_c ,	rayon de la bulle;
R_E ,	rayon extérieur;
R_F ,	rayon de solidification;
\dot{R}_c ,	vitesse de déplacement du rayon de la bulle;
\dot{R}_F ,	vitesse de déplacement du front de solidification;
t ,	temps;
T ,	température;
T_0 ,	température initiale;
T_{AM} ,	température ambiante;
T_{film} ,	température de film;
T_F ,	température de fusion;
T_p ,	température de la surface de la sphère;
v ,	vitesse du liquide;
x ,	position d'un point du maillage;
Δx ,	pas d'espace.

ρ ,	masse volumique;
σ ,	constante de Stephan;
θ ,	$T - T_F$.

Indices

F,	fusion;
i ,	varie de 1 \rightarrow N;
K,	milieu du maillage;
L,	liquide;
S,	solide.

1. INTRODUCTION

L'ÉTUDE du refroidissement avec changement de phase, a fait l'objet de nombreux travaux [1-23], dont un grand nombre sont consacrés à la résolution théorique de ce type de problème. La méthode de résolution est selon le cas, exacte, variationnelle, perturbative, intégrale, purement numérique. Elle s'applique généralement à des systèmes à géométrie unidimensionnelle et à propriétés physiques constantes. Dans l'immense majorité de ces travaux, le liquide est initialement à la température de fusion.

Notre travail a pour but de déterminer, l'histoire du refroidissement de particules sphériques dont la température initiale est homogène ou non et comprise entre la température de fusion (T_F) et ($T_F + 350$ K).

Nous considérons que toutes les propriétés physiques ou thermodynamiques sont des fonctions continues ou discontinues de la température. Nous appliquons notre modèle au cas de particules d'alumine (Al_2O_3) dont les propriétés sont connues en fonction de la température. Nous examinons le comportement de particules sphériques dont la taille est comprise entre 20 μm et quelques mm. L'intérêt au niveau des

Lettres grecques

ϵ ,	émissivité totale;
ν ,	viscosité cinématique;

plus faibles granulométries se manifeste dans le domaine de la projection par plasma.

Pour résoudre notre problème, nous utilisons la méthode à pas d'espace variable proposée par Murray et Landis [24], mais avec deux frontières mobiles, l'une liée à la progression du front de solidification, l'autre liée à l'augmentation de volume d'une bulle située au centre de la sphère. L'existence de cette bulle est liée à la discontinuité de la masse volumique lors du changement de phase.

2. POSITION DU PROBLEME

2.1. Phase unique

Du fait de la taille relativement réduite des particules sphériques, nous négligeons le phénomène de convection naturelle. En coordonnées sphériques, l'équation de la chaleur s'écrit

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(K r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right). \quad (1)$$

La variation du rayon R_F en fonction de la température s'exprime à partir de

$$M = 4\pi \int_0^{R_F} \rho r^2 dr. \quad (2)$$

Les conditions aux limites sont une condition de symétrie

$$\left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=0} = 0$$

une condition de flux radiatif et convectif à la surface

$$-K \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{R=R_s} = \varepsilon \sigma (T_p^4 - T_{AM}^4) + h(T_p - T_{AM}).$$

Aux températures considérées, $h(T_p - T_{AM})$ est un terme correctif, que l'on peut estimer à partir de [26]

$$Nu = 2 + 0.60 Pr^{1/3} Gr^{1/4}.$$

En raison de l'écart important entre la température de surface du matériau et celle du gaz, l'expression du Grashof est donné par [27]

$$Gr = \frac{d^3 g (T_p - T_{AM})}{\nu^2 T_{film}} \quad (3)$$

avec

$$T_{film} = \frac{T_p + T_{AM}}{2} \text{ et } \nu \text{ pris à } T_{film}.$$

Dans ces conditions le nombre de Grashof est proche de zéro et le nombre de Nusselt peut-être pris égal à 2. Cette approximation se justifie d'autant plus que les sphères sont de petites tailles [27],

$$Nu = \frac{hD}{K}$$

la conductivité thermique de l'air varie sensiblement entre T_{AM} et T_p . Nous utilisons [28]

$$\bar{K} = \frac{1}{T_p - T_{AM}} \int_{T_{AM}}^{T_p} K(T) dT. \quad (4)$$

Comme condition initiale nous utilisons

$$T = T_0 \quad \text{à } t = 0,$$

ou

$$T = f(r) \quad \text{à } t = 0, \quad T > T_F.$$

2.2. Domaine biphasé

Lors du refroidissement d'un corps pur, on constate l'existence d'un palier de solidification [25], le solide formé reste donc, pendant un certain temps, à une température $T \simeq T_F$, la densité peut donc être considérée comme constante. Le rayon extérieur de la sphère ne varie pas au cours de la solidification. Nous négligeons les déformations dues aux contraintes. Pour tenir compte de l'augmentation de masse volumique lors de la transition liquide-solide, nous introduisons un vide au centre de la sphère (Fig. 1).

L'équation de continuité pour le liquide s'écrit

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (\rho r^2 v) = 0. \quad (5)$$

La conservation de la masse s'exprime globalement par

$$\int_{R_c}^{R_F} \rho_L r^2 dr + \int_{R_i}^{R_F} \rho_S r^2 dr = cte. \quad (6)$$

Il vient

équation (5) + équation (6) $\Rightarrow \rho r^2 v$

$$= (\rho_{L,F} - \rho_S) R_F^2 \dot{R}_F - \int_{R_i}^{R_F} r^2 \frac{\partial \rho}{\partial t} dr. \quad (7)$$

L'équation de la conduction s'exprime pour le solide

$$\rho C_p \frac{\partial T_S}{\partial t} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(K_S r^2 \frac{\partial T_S}{\partial r} \right), \quad (8)$$

pour le liquide

$$\rho C_p \left(\frac{\partial T_L}{\partial t} + v \frac{\partial T_L}{\partial r} \right) = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(K_L r^2 \frac{\partial T_L}{\partial r} \right). \quad (9)$$

Ces deux équations sont couplées à l'interface liquide-solide par

$$\dot{R}_F = \frac{1}{\rho_S L} \left[K_S \left(\frac{\partial T_S}{\partial r} \right)_{R_i} - K_L \left(\frac{\partial T_L}{\partial r} \right)_{R_i} \right]. \quad (10)$$

Les conditions aux limites sont les suivantes:

(i) Pour $R = R_C$, on néglige la tension de vapeur, ce qui entraîne l'adiabaticité

$$\left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{R=R_C} = 0. \quad (11)$$

(ii) A l'interface liquide-solide, nous avons une condition thermodynamique

$$T_S = T_L = T_F. \quad (12)$$

A la surface, la condition de flux suivante:

$$-K \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{R=R_s} = \varepsilon \sigma (T_p^4 - T_{AM}^4) + h(T_p - T_{AM}). \quad (13)$$

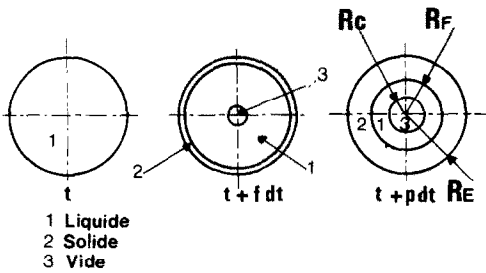


FIG. 1. Géométrie de la particule à des instants différents.

L'ensemble de ces équations régit notre problème, pour le résoudre nous sommes amenés à affecter un certain nombre de changements de variable.

3. ANALYSE NUMERIQUE

Pour traiter ce problème, nous utilisons la méthode à pas d'espace variable proposée par Murray et Landis [24]. Dans notre cas nous avons deux frontières mobiles (R_C et R_F). Le modèle de maillage utilisé est présenté sur la Fig. 2.

Equation de la conduction dans le solide

Le maillage est une fonction du temps, c'est-à-dire de \hat{R}_F .

Nous posons:
$$\begin{cases} x_s = \frac{r - R_F}{R_E - R_F}, \\ \tau = t, \end{cases}$$

$$\frac{\partial T_s}{\partial r} = \frac{\partial T_s}{\partial x_s} \frac{1}{R_E - R_F},$$

$$\frac{\partial T_s}{\partial t} = \frac{\partial T_s}{\partial \tau} + \frac{\partial T_s}{\partial x_s} \frac{\dot{R}_F (1 - x_s)}{R_E - R_F}.$$

L'équation (8) devient

$$\frac{\partial T_s}{\partial \tau} = \frac{1}{\rho C_p (R_E - R_F)^2} \left[K \frac{\partial^2 T_s}{\partial x_s^2} + \frac{\partial K}{\partial x_s} \frac{\partial T_s}{\partial x_s} + \frac{2K(R_E - R_F)}{r} \frac{\partial T_s}{\partial x_s} \right] + \frac{(1 - x_s) \dot{R}_F}{R_E - R_F} \frac{\partial T_s}{\partial x_s}. \quad (14)$$

Equation de la conduction pour le liquide

Le maillage varie avec R_F et R_C .

$$\begin{cases} x_L = \frac{r - R_C}{R_F - R_C}, \\ \tau = t, \end{cases}$$

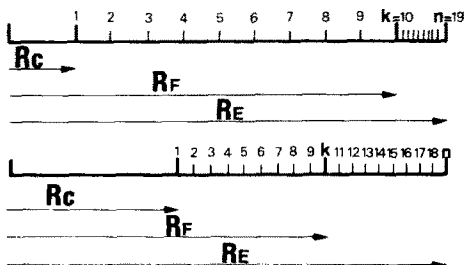


FIG. 2. Maillage aux instants $t + f dt$ et $t + p dt$.

$$\frac{\partial T_L}{\partial r} = \frac{\partial T_L}{\partial x_L} \frac{1}{R_F - R_C}$$

$$\frac{\partial T_L}{\partial t} = \frac{\partial T_L}{\partial \tau} - \frac{\partial T_L}{\partial x_L} \frac{(1 - x_L) \dot{R}_C + x_L \dot{R}_F}{R_F - R_C}.$$

L'équation (9) devient

$$\begin{aligned} \frac{\partial T_L}{\partial \tau} = & \frac{1}{\rho C_p (R_F - R_C)^2} \\ & \times \left[K \frac{\partial^2 T_L}{\partial x_L^2} + \frac{\partial K}{\partial x_L} \frac{\partial T_L}{\partial x_L} + \frac{2K(R_F - R_C)}{r} \frac{\partial T_L}{\partial x_L} \right] \\ & + \frac{1}{R_F - R_C} \frac{\partial T_L}{\partial x_L} [x_L \dot{R}_F - (1 - x_L) \dot{R}_C - v]. \end{aligned} \quad (15)$$

Equation de couplage à l'interface liquide-solide

$$\begin{cases} x_L = \frac{r - R_C}{R_F - R_C} \\ \tau = t \end{cases}$$

L'équation (7) devient

$$\begin{aligned} v = & \left[(\rho_{L,F} - \rho_S) R_F^2 \dot{R}_F + \int_r^{R_F} r^2 \frac{\partial \rho_L}{\partial \tau} dr \right. \\ & \left. - \int_r^{R_F} r^2 \frac{\partial \rho_L}{\partial x_L} \frac{\dot{R}_C (1 - x_L) + x_L \dot{R}_F}{R_F - R_C} dr \right] \times (\rho r^2)^{-1}. \end{aligned} \quad (16)$$

4. RESOLUTION NUMERIQUE

La résolution numérique de notre système s'effectue par un schéma implicite aux différences finies.

L'utilisation d'une variable $\theta = T - T_F$ permet d'augmenter la précision des calculs.

Nous remplaçons

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} \text{ par } \frac{\theta_{(i,i)} - \theta_{(i-1,i)}}{\Delta t},$$

$$\frac{\partial (\)}{\partial x} \text{ par } \frac{(\)_{(i,i+1)} - (\)_{(i,i-1)}}{2\Delta x},$$

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} \text{ par } \frac{\theta_{(i,i+1)} - 2\theta_{(i,i)} + \theta_{(i,i-1)}}{\Delta x^2}$$

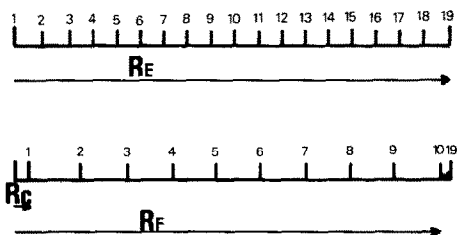


FIG. 3. Maillage système monophasé et maillage associé pour le domaine biphasé.

Nous utilisons une approximation parabolique pour les conditions aux limites

$$\left. \frac{\partial \theta}{\partial r} \right|_{R=0} = 0 = 4\theta_2 - 3\theta_1 - \theta_3 \quad (\text{au centre}),$$

$$-K \left. \frac{\partial \theta}{\partial r} \right|_{R=R_F} = -K_{(N)} \frac{4\theta_{N-1} - 3\theta_N + \theta_{N-2}}{2\Delta R} \quad (\text{pour une phase unique}),$$

$$\frac{-K}{R_E - R_F} \left. \frac{\partial \theta_S}{\partial x_S} \right|_{R=R_E} = \frac{-K(N)}{R_E - R_F} \frac{4\theta_{N-1} - 3\theta_N + \theta_{N-2}}{2\Delta x_S} \quad (\text{pour le domaine biphasé}).$$

La condition radiative à la surface, nécessite une méthode de relaxation du type

$$T_{(t-1, N)} \rightarrow P = \varepsilon \sigma (T^4 - T_{AM}^4) + h(T - T_{AM}) \rightarrow T_{(t, N)} \rightarrow$$

$$T_{(t-1, N)}^* = 0.25 T_{(t, N)} + 0.75 T_{(t-1, N)} \rightarrow P \rightarrow T_{(t, N)} \rightarrow$$

$$T_{(t-1, N)}^* = \dots \rightarrow P \rightarrow T_{(t, N)} \rightarrow \dots$$

quatre itérations suffisent pour arriver à la convergence.

L'équation de couplage à l'interface, équation (10), est exprimée en utilisant une approximation parabolique, soit

$$R_F = \frac{1}{\rho_S L} \left[\frac{K_S}{R_E - R_F} \frac{4\theta_{k+1} - \theta_{k+2}}{2\Delta x_S} + \frac{K_L}{R_F - R_C} \frac{4\theta_{k-1} - \theta_{k-2}}{2\Delta x_L} \right].$$

Dans l'équation de continuité (16), les deux intégrales sont des termes correctifs que nous calculons par la méthode des trapèzes.

5. PASSAGE DU SYSTEME MONOPHASE AU SYSTEME BIPHASE

Dès l'apparition de solide à la surface, on passe d'un système monophasé (liquide) à un système biphasé. Il est donc nécessaire à partir du maillage du système monophasé de définir un nouveau maillage dont le noeud médian correspond à l'interface liquide-solide (Fig. 3).

Pour connaître la température en chaque point du nouveau maillage dans le liquide, nous utilisons une approximation polynomiale du 3ème degré du champ de température. Dans le solide une approximation parabolique entre T_F et T_p nous paraît plus justifiée. L'erreur que nous commettons en utilisant l'approximation plynomiale est négligeable (< 0.05%).

Cette méthode donne un excellent résultat, néanmoins, nous ne pouvons commencer la résolution numérique dans le domaine biphasé, si la température de fusion est trop proche de la température de la surface. Dans notre cas, avec 18 pas d'espace, la résolution numérique est instable si l'interface se situe à moins de $\Delta R/12$ de la surface.

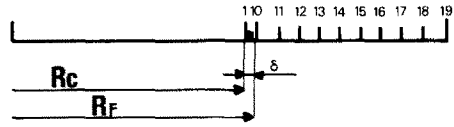


FIG. 4. Maillage en fin de solidification.

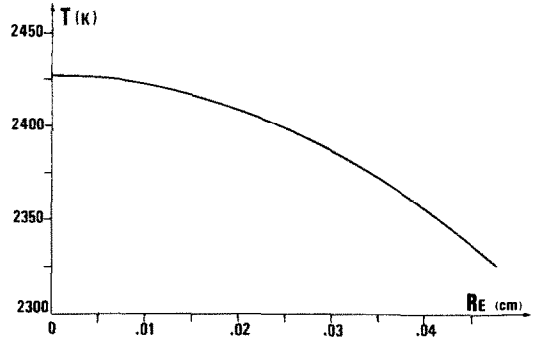


FIG. 5. Profil de température dans la sphère lorsque la surface atteint T_F .

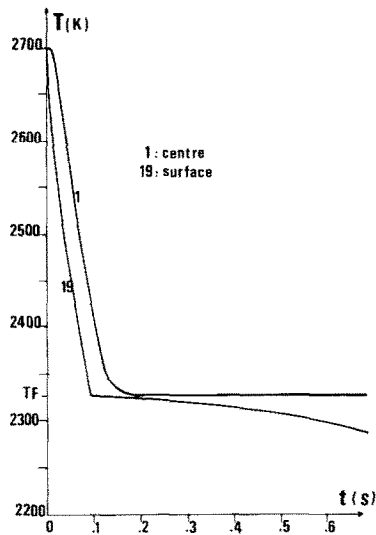


FIG. 6. Evolution de la température du centre et à la surface de la sphère en fonction du temps.

Lorsque la sphère devient entièrement solide (Fig. 4) nous n'avons aucun problème de stabilité au centre. Nous arrêtons la résolution lorsque $R_F - R_C$ devient négligeable devant R_E .

Les conditions de départ pour la résolution du domaine biphasé, jouent un rôle considérable sur la stabilité du schéma.

6. PREMIERS RESULTATS

Nous donnons ici qu'un exemple correspondant à une sphère d'alumine (Al_2O_3) de diamètre 1 mm, et dont la température initiale est homogène et égale à 2700 K.

Sur la Fig. 5, nous avons représenté le profil de

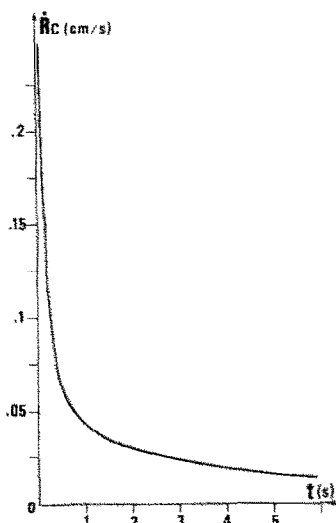


FIG. 7. Vitesse du rayon de la bulle.

température dans la sphère lorsque la température de surface est égale à T_F , soit après un temps de 9.5×10^{-2} s. La Fig. 6 donne l'évolution de la température, aux surfaces intérieure et extérieure de la particule en fonction du temps. Nous avons représenté sur la Fig. 7, la vitesse d'augmentation du rayon de la bulle en fonction du temps.

Sur la Fig. 8, nous donnons la vitesse d'évolution du front de solidification dans les deux cas suivants:

(i) toutes les propriétés physiques ou thermodynamiques sont des fonctions de la température (courbe 2);

(ii) toutes les propriétés sont variables à l'exception de la densité qui est considérée comme constante (courbe 1).

Dans ce second cas, nous avons pris $\rho = cte = \rho_{2700K}$. La vitesse d'évolution du front de solidification, peut se partager en deux zones, l'une correspond au refroidissement du liquide, l'autre à la solidification.

En raison de l'augmentation de masse volumique à la transition liquide-solide, nous avons admis, pour qu'il y ait conservation de la masse, la formation d'un vide (bulle) au centre de la sphère. Pour une particule liquide sphérique de 1 mm de diamètre à 2700 K on obtient à 2326 K (fin de solidification) une sphère creuse de 0.955 mm de diamètre extérieur et 0.547 mm de diamètre intérieur.

Pour une telle particule la vitesse de refroidissement du liquide à la surface et au coeur entre 2700 K et T_F est respectivement de $4000 \text{ K}^{-1} \text{ s}$ et $2875 \text{ K}^{-1} \text{ s}$.

7. CONCLUSION

Nous avons développé un modèle pour le calcul de l'évolution thermique, en fonction du temps, d'un liquide surchauffé (isotherme ou non à l'instant initial) ainsi que du solide déposé au cours de la solidification; il prend en compte les propriétés physiques et thermodynamiques du liquide et du solide en fonction de la température.

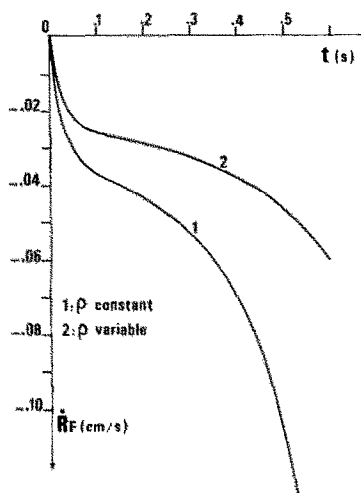


FIG. 8. Vitesse du front de solidification, (1) lorsque la masse volumique est constante, (2) lorsque la masse volumique est variable.

Les conditions aux limites du système, de géométrie sphérique, sont des conditions de flux radiatif et conductif vers l'ambiance.

BIBLIOGRAPHIE

1. R. I. Pedroso and G. A. Domoto, Inward spherical solidification-solution by the method of strained coordinates, *Int. J. Heat Mass Transfer* **16**, 1037-1043 (1973).
2. R. I. Pedroso and G. A. Domoto, Perturbation solutions for spherical solidification of saturated liquids, *Trans. Am. Soc. Mech. Engrs. Series C, J. Heat Transfer* **95**, 42-46 (1973).
3. M. D. Mikhailov and M. N. Ozişik, An alternative general solution of the steady-state heat diffusion equation, *Int. J. Heat Mass Transfer* **23**, 609-612 (1980).
4. D. S. Riley, F. T. Smith and G. Poots, The inward solidification of spheres and circular cylinders, *Int. J. Heat Mass Transfer* **17**, 1507-1516 (1974).
5. A. Lazaridis, A numerical solution of the multidimensional solidification (or melting) problem, *Int. J. Heat Mass Transfer* **13**, 1459-1477 (1970).
6. L. T. Yeh and B. T. F. Chung, A variational analysis of freezing and melting on a finite medium subject to radiation and convection, *Trans. Am. Soc. Mech. Engrs. Series C, J. Heat Transfer* **101**, 592-597 (1979).
7. M. M. Yan and P. N. S. Huang, Perturbation solutions to phase change problem subject to convection and radiation, *Trans. Am. Soc. Mech. Engrs. Series C, J. Heat Transfer* **101**, 96-100 (1979).
8. L. M. Jiji and S. Weinbaum, Perturbation solutions for melting or freezing in annular regions initially not at the fusion temperature, *Int. J. Heat Mass Transfer* **21**, 581-592 (1978).
9. R. S. Gupta and D. Kumar, Variable time step methods for one-dimensional Stefan problem with mixed boundary conditions, *Int. J. Heat Mass Transfer* **24**, 251-259 (1981).
10. J. Crank and R. S. Gupta, Isotherm migration method in two dimensions, *Int. J. Heat Mass Transfer* **18**, 1101-1107 (1975).
11. E. M. Sparrow, S. V. Patankar and S. Ramadhyani, Analysis of melting in the presence of natural convection in the melt region, *Trans. Am. Soc. Mech. Engrs. Series C, J. Heat Transfer* **99**, 520-526 (1977).
12. E. M. Sparrow, S. Ramadhyani and S. V. Patankar, Effect

- of subcooling on cylindrical melting, *Trans. Am. Soc. Mech. Engrs, Series C, J. Heat Transfer* **100**, 395–402 (1978).
13. W. W. Yuen, Application of the heat balance integral to melting problems with initial subcooling, *Int. J. Heat Mass Transfer* **23**, 1157–1160 (1980).
 14. W. W. Yuen and A. M. Kleinmann, Application of a variable time step finite difference method for the one dimensional melting problem including the effect of subcooling, *A.I.Ch.E. JI* **26**, 828–832 (1980).
 15. J. S. Goodling and M. S. Khader, Inward solidification with radiation-convection boundary condition, *Trans. Am. Soc. Mech. Engrs, Series C, J. Heat Transfer* **96**, 114–115 (1974).
 16. J. S. Goodling and M. S. Khader, Results of the numerical solution for outward solidification with flux boundary conditions, *Trans. Am. Soc. Mech. Engrs, Series C, J. Heat Transfer* **97**, 307–309 (1975).
 17. L. J. Thomas and J. W. Westwater, Microscopic study of solid-liquid interfaces during melting and freezing, *Chem. Engng Prog. Sym. Ser.* **59**, 155–164 (1963).
 18. D. V. Boger and J. W. Westwater, Effect of buoyancy on the melting and freezing process, *Trans. Am. Soc. Mech. Engrs, Series C, J. Heat Transfer* **89**, 81–89 (1967).
 19. W. L. Heitz and J. W. Westwater, Extension of numerical method for melting and freezing problems, *Int. J. Heat Mass Transfer* **13**, 1371–1375 (1970).
 20. N. W. Hale Jr. and R. Viskanta, Solid-liquid phase-change heat transfer and interface motion in materials cooled or heated from above or below, *Int. J. Heat Mass Transfer* **23**, 283–292 (1980).
 21. J. Crank, Two methods for the numerical solution of moving-boundary problems in diffusion and heat flow, *Q. JI Mech. Appl. Math.* **10**, 220–231 (1957).
 22. P. B. Grimado and B. A. Boley, A numerical solution for the symmetric melting of spheres, *Int. J. Num. Methods Engng* **2**, 175–188 (1970).
 23. J. George and P. S. Damle, On the numerical solution of free boundary problems, *Int. J. Num. Methods Engng* **9**, 239–245 (1975).
 24. W. D. Murray and F. Landis, Numerical and machine solutions of transient heat conduction problems involving melting and freezing, *Trans. Am. Soc. Mech. Engrs, Series C, J. Heat Transfer* **81**, 106–112 (1959).
 25. M. Foex, Mesure des température et analyse thermique des substances traitées avec des fours solaires, *Bull. Soc. Chim, France* **1**, 137–148 (1962).
 26. N. A. Fuchs, *Evaporation and Droplet Growth in Gaseous Media*. Pergamon Press, Oxford (1959).
 27. F. Kreith, *Transmission de la Chaleur et Thermodynamique*. Masson (1967).
 28. A. C. Mathieu, Contribution à l'étude expérimentale et théorique de la sphéroïdisation de particules d'argile réfractaires dans un four à plasma, Thèse Docteur-Ingénieur, Limoges (1979).

SOLIDIFICATION OF SUPERHEATED LIQUID SPHERES WITH TEMPERATURE DEPENDENT PROPERTIES

Abstract—Thermal evolution of liquid and solid deposited during the solidification of spherical droplets of liquid, isothermal or not isothermal at $t = 0$, is calculated. Physical and thermodynamical properties of the two phases depend on temperature. Due to the increasing density at the liquid-solid transition, the system geometry becomes that of a hollow sphere. To obtain the solution of the mathematical model, an implicate finite difference scheme taking into account a variable space network with two boundaries moving in opposite directions, is used.

ERSTARRUNG VON ÜBERHITZTEN FLÜSSIGEN KUGELN MIT TEMPERATURABHÄNGIGEN STOFFWERTEN

Zusammenfassung—Es wird der Temperaturverlauf von flüssigem und festem Material, das sich während der Erstarrung von sphärischen flüssigen Tropfen absetzt, bei isothermen und nicht-isothermen Bedingungen bei $t = 0$ berechnet. Die physikalischen und thermodynamischen Eigenschaften der beiden Phasen sind temperaturabhängig. Durch die größer werdende Dichte beim Phasenwechsel flüssig/fest entwickelt sich die Systemgeometrie zu einer Hohlkugel. Um die Lösung des mathematischen Modells zu erhalten, wird ein implizites Differenzenverfahren mit einem variablen, räumlichen Netz und zwei Berandungen, die sich in entgegengesetzter Richtung bewegen, verwendet.

ЗАТВЕРДЕВАНИЕ СФЕРИЧЕСКИХ КАПЕЛЬ ПЕРЕГРЕТОЙ ЖИДКОСТИ С ЗАВИСЯЩИМИ ОТ ТЕМПЕРАТУРЫ СВОЙСТВАМИ

Аннотация—Рассчитано изменение температуры жидкости и твердого осадка при затвердевании сферических капель изотермической или неизотермической жидкости (при $t = 0$). Физические и термодинамические характеристики двух фаз зависят от температуры. Из-за увеличения плотности вещества при переходе из жидкого в твердое состояние образуются тела типа сферы Холлоу. Для получения решения задачи применяется схема с переменной трехмерной сеткой, в которой используются две перемещающиеся в противоположных направлениях границы.